

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n}$. Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Méthode : $(-1)^n$ oscille entre -1 et 1
 $\rightarrow (-1)^n$ n'a pas de limite !

Il faut donc procéder par encadrement

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad -1 \leq (-1)^n \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{n} \leq \frac{(-1)^n}{n} \leq \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow 3 - \frac{1}{n} \leq 3 + \frac{(-1)^n}{n} \leq 3 + \frac{1}{n}$$

Diagram illustrating the squeezing theorem with three terms: $3 - \frac{1}{n}$, $3 + \frac{(-1)^n}{n}$, and $3 + \frac{1}{n}$. Arrows point from the first and third terms to the limit 3, and from the middle term to u_n . The term $3 + \frac{1}{n}$ also has an arrow pointing to 0, indicating its limit.

Astuce #1

Le théorème d'encadrement permet à la fois de prouver la convergence et de trouver la limite

Donc d'après le théorème d'encadrement :

$$u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 3$$

