

Convexité

Convexité

Déterminer les points d'inflexions

On considère la fonction f définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} par:

$$f(x) = 7xe^{-x}$$

1. Calculer $f''(x)$ et en déduire les variations de f .
2. a) Calculer $f''(x)$.
b) Étudier le signe de $f''(x)$ et en déduire les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la courbe représentative de la fonction f .

Property of Studeo LLC

1) f est bien deux fois dérivable sur \mathbb{R} :

$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) &= 7e^{-x} + 7x(-e^{-x}) \\ &= (-7x + 7)e^{-x} \\ &= 7(-x + 1)e^{-x} > 0 \text{ car c'est une exponentielle}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 & \text{sur }]-\infty; +1[\\ f'(x) < 0 & \text{sur }]1; +\infty[\end{cases}$$

d'où le tableau de variation de f

| | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $7e^{-1}$ | 0 |

$$f(1) = 7e^{-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 7xe^{-x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 7xe^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 7 \frac{x}{e^x} = 0$$

Par croissance comparée

On considère la fonction f définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} par:

$$f(x) = 7xe^{-x}$$

1. Calculer $f''(x)$ et en déduire les variations de f .
2. a) Calculer $f''(x)$.
b) Étudier le signe de $f''(x)$ et en déduire les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la courbe représentative de la fonction f .

$$\begin{aligned}
 2) a) \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) &= (-7) e^{-x} + (-7x+7) (-e^{-x}) \\
 &= (7x-14) e^{-x} \\
 &= 7(x-2) e^{-x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &> 0 \quad \text{pour } x \geq 2 \\
 f''(x) &< 0 \quad \text{pour } x \leq 2
 \end{aligned}$$

→ f'' change de signe en $x = 2$

\mathcal{C}_f admet donc un point d'inflexion

de coordonnées $(2; f(2)) = (2; 14 e^{-2})$



