

1. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n + 2 \times \sin(n)$.
 - a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq n - 2$
 - b) En déduire la limite de la suite (u_n) .
2. Soit v_n la suite définie par $v_n = -n^2 - n + (-1)^n$. Déterminer la limite de la suite (v_n) .

Astuce #1

Penser à un encadrement pour calculer la limite d'une suite contenant du cos/sin

1) a) $u_n = n + 2 \sin(n) \rightarrow$ n'a pas de limite!
Il faut encadrer

$$\begin{aligned} -1 &\leq \sin n \leq 1 \\ \Rightarrow -2 &\leq 2 \sin n \leq 2 \\ \Rightarrow n-2 &\leq \underbrace{n + 2 \sin n}_{u_n} \leq n+2 \end{aligned}$$

$\downarrow$
 $+\infty$

b) donc par comparaison : $u_n \rightarrow +\infty$

2) $v_n = -n^2 - n + (-1)^n \rightarrow$ on pense à l'encadrement

$$\forall n \in \mathbb{N}, -1 \leq (-1)^n \leq 1$$

$$\Rightarrow -n^2 - n + 1 \leq -n^2 - n + (-1)^n \leq -n^2 - n + 1$$

$$\text{or } -n^2 - n + 1 = \underbrace{n^2}_{+\infty} \left(\underbrace{-1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}_{\rightarrow -1} \right)$$

$$\text{donc } -n^2 - n + 1 \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} -\infty$$

donc par comparaison $v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} -\infty$

