

Calculer la limite de la somme S_n suivante :

$$S_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n$$

$$S_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n$$

On reconnaît la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique

$$u_n = u_0 \times q^n \quad \text{avec} \quad \left. \begin{array}{l} u_0 = 1 \\ q = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \text{on vérifie si l'expression proposée est cohérente}$$

$$u_0 = 1 \times 3^0 = 1 \rightarrow \text{OK}$$

$$u_1 = 1 \times 3^1 = 3 \rightarrow \text{OK}$$

$$S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{\text{nbre de termes}}}{1 - q}$$

⚠ nombre de termes : $n+1$!!

$$\Rightarrow S_n = 1 \times \frac{1 - 3^{n+1}}{1 - 3} = \frac{1}{2} (3^{n+1} - 1) = \frac{1}{2} (3 \times 3^n - 1)$$

de la forme q^n ←
avec $|q| > 1$ donc $3^n \rightarrow +\infty$

$$\text{donc } 3^{n+1} - 1 \rightarrow +\infty$$

$$\text{donc } \frac{1}{2} (3^{n+1} - 1) \rightarrow +\infty$$

Conclusion : $S_n \rightarrow +\infty$

