Hérédité : partir de HR ou bien de P(n+1)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n + 6$
Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n > 0$

But de la méthode :

Montrer que pour démontrer l'hérédité, il y a 2 possibilités

1) Partir de l'hypothèse de récurrence
2) Partir de P_{n+1}

P_n : " $u_n > 0$ ". Montrons que P_n vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$

I) Initialisation

$u_0 = 5 > 0 \rightarrow$ OK

II) Hérédité

- Supposons que P_n vraie pour un entier n quelconque fixé : $u_n > 0$

- Sous cette hypothèse, montrons que P_{n+1} vraie : $u_{n+1} > 0$

Possibilité n°1 : on part de l'hypothèse de récurrence :

$u_n > 0 \Rightarrow 3u_n > 0$
$\Rightarrow 3u_n + 6 > 6 > 0$
$\Rightarrow u_{n+1} > 0 \rightarrow$ Hérédité OK

Possibilité n°2 : On part de P_{n+1}

$u_{n+1} = 3u_n + 6$

>0

$\Rightarrow u_{n+1} > 0 \rightarrow$ Hérédité OK

Donc d'après le principe de récurrence

$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n > 0$