

Limites fonctions

Théorèmes Convergence

Limites : la Croissance comparée

Déterminer les limites de ces fonction en $-\infty$ et en $+\infty$

a) $f : x \mapsto \frac{e^x}{x}$

b) $h : x \mapsto x^4 - 2xe^x + e^2$

Property of Studeo LLC

a) $f(x) = \frac{e^x}{x}$

$\rightarrow$ En $-\infty$: pas de problème $e^x \xrightarrow{-\infty} 0$ $x \xrightarrow{-\infty} -\infty$

Donc par quotient : $f(x) \xrightarrow{-\infty} 0$

$\rightarrow$ En $+\infty$: par croissance comparée
 $\frac{e^x}{x} \xrightarrow{+\infty} +\infty$

$\Rightarrow$ $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$

b) $h(x) = x^4 - 2xe^x + e^2$

En $-\infty$: On sait que $\frac{e^x}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$

En posant $X = -x$: $-2xe^x = 2\frac{(-x)}{e^{-x}} = \frac{2X}{e^X}$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} X = +\infty$

Donc par composition : $-2xe^x \xrightarrow{-\infty} 0$

$x^4 \xrightarrow{-\infty} +\infty$ $e^2 \xrightarrow{-\infty} e^2$

Donc par somme $h(x) \xrightarrow{-\infty} +\infty$

$E_n + \infty$ $h(x) = x^4 - 2x e^x + e^2$

$$= x^4 \left(1 - 2 \frac{x e}{x^3} + \frac{e}{x^4} \right)$$

$\downarrow$
 $+\infty$

$\downarrow$
 $+\infty$ par croissance comparée

$\downarrow$
 $+\infty$

$\nearrow$
 0

Donc par produit :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$

