

Déterminer la limite de la suite (v_n) suivante quand n tend vers $+\infty$.

$$v_n = \frac{4n^2}{n+1}$$

Méthode pour une fonction rationnelle (limite en $+\infty$)

Factoriser par le terme de plus haut degré en haut et en bas

$$v_n = \frac{4n^2}{n+1} = \frac{n^2 \left(4 \right)}{n \left(1 + \frac{1}{n} \right)} = \frac{4n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty}{1 + \frac{1}{n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty \text{ par quotient}$$

Conclusion : $v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$

Les différents cas : $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ avec P et Q deux polynômes

1) Degré $P >$ Degré $Q \rightarrow P$ "l'emporte"

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

2) Degré $Q >$ Degré $P \rightarrow Q$ "l'emporte"

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

3) Degré $Q =$ Degré P

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{q}{p} \text{ avec } q : \text{coefficient dominant de } Q$$

$p : \text{coefficient dominant de } P$

$$\text{Exemple : } u_n = \frac{3n^2 + 2n + 1}{4n^2 + n + 4} = \frac{\cancel{n^2} \left(3 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right)}{\cancel{n^2} \left(4 + \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2} \right)}$$

↗ 3
↓ 4

done $u_n \rightarrow \frac{3}{4}$

