Limites fonctions

Théorèmes Convergence

Forme indéterminée : utilisation du terme plus haut degré

Calculer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ des fonctions suivantes. En cas d'indétermination, la lever par une transformation algébrique.

a) $g : x \mapsto x^4 + 4x^3 - 2x$
b) $h : x \mapsto \frac{2x^2+1}{1-x}$

a) $g(x) = x^4 + 4x^3 - 2x$

$x^4 + 4x^3 \xrightarrow{x \to +\infty} +\infty$; $-2x \xrightarrow{x \to +\infty} -\infty$

→ Indéterminé

Astuce #1

Pour trouver la limite d'un polynôme ou d'une fonction rationnelle en +/- infini, factoriser par le terme de plus haut degré

Méthode : Pour trouver la limite d'un polynôme en $\pm\infty$ Factoriser par le terme de plus haut degré.

$$g(x) = \underbrace{x^4}_{\to +\infty}\underbrace{\left(1 + \frac{4}{x} - \frac{2}{x^3}\right)}_{\to 1}$$

$\frac{4}{x} \to 0$, $\frac{2}{x^3} \to 0$

Par produit
$$\boxed{\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = +\infty \end{array}}$$
De même,

b) $h(x) = \frac{2x^2}{1-x}$; $2x^2 \to +\infty$; $1-x \to \pm\infty$

On factorise par le terme de plus haut degré en haut et en bas

$$h(x) = \frac{2x^2}{1-x} = \frac{2x^2}{x\left(-1+\frac{1}{x}\right)} = \frac{2x}{\underbrace{-1+\frac{1}{x}}_{\xrightarrow[\pm\infty]{} -1}}$$

donc $\boxed{\begin{array}{ll} h(x) \xrightarrow[x \to -\infty]{} +\infty & \\ h(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} -\infty & \end{array}}$ par quotient

par quotient