

Continuité

Continuité-Dérivabilité en un point

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \begin{cases} -x + 6, & \text{pour } x < 3. \\ 2x - 3, & \text{pour } 3 \leq x < 5 \\ -2x + 10, & \text{pour } x \geq 5 \end{cases}$$

La fonction f est-elle continue sur \mathbb{R} ?

Property of Studeo LLC

1) f est définie en 3

2) Sur l'intervalle $] -\infty ; 3[\cup] 3 ; 5[\cup] 5 ; +\infty [$

f est continue (fonction affine)

3) Regardons la continuité en 3 et 5 :

Astuce #1

Pour qu'une fonction soit continue en un point, il faut déjà qu'elle soit définie en ce point

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -3 + 6 = +3 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = 6 - 3 = +3 \end{array} \right\}$$

f est définie en 3

et $f(3) = 3$ est égale à la limite à droite et à gauche de f en 3

Conclusion : f est continue en 3

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ x < 5}} f(x) = 2 \times 5 - 3 = 7$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ x > 5}} f(x) = -2 \times 5 + 10 = 0$$

$$\text{et } f(5) = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ x < 5}} f(x) \neq f(5) \quad \text{donc } f \text{ n'est pas continue en } 5.$$

Conclusion : f est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{5\}$