

Fonctions trigo

Sin et Cos

Inéquations

1. Résoudre sur l'intervalle $] -\pi; \pi]$ l'équation $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Résoudre l'inéquation $\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) < \frac{1}{2}$ sur l'intervalle $[0; 2\pi[$.

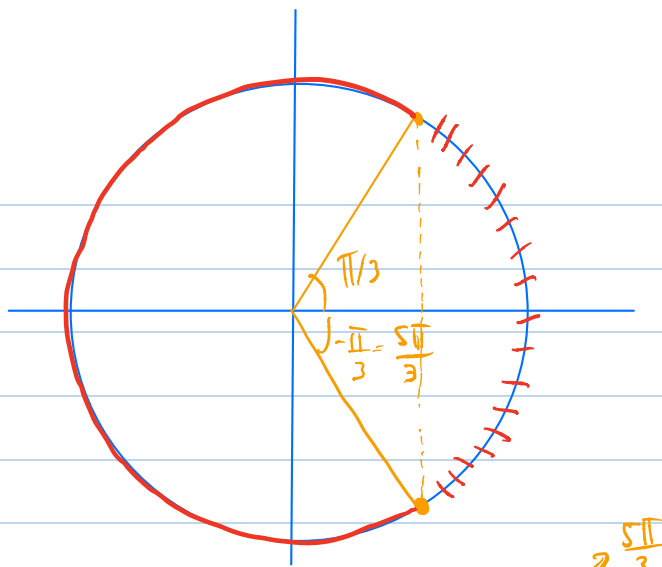
Property of Studeo LLC

2) Remarquer que : $\frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) < \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) < \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

Astuce #2

Dessiner un cercle trigonométrique sur la feuille ou sur le brouillon pour vérification



$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + 2h\pi < 4x - \frac{\pi}{3} < 2\pi - \frac{\pi}{3} + 2h\pi, \quad h \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{3} + 2h\pi < 4x < 2\pi + 2h\pi, \quad h \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{6} + \frac{h\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} + \frac{h\pi}{2}, \quad h \in \mathbb{Z}$$

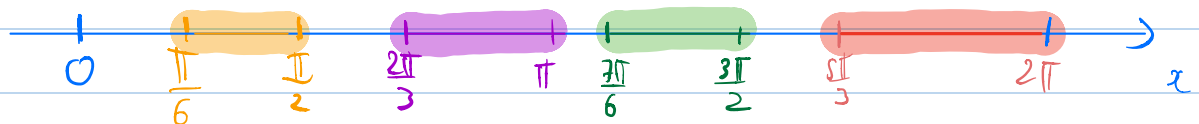
Puis on ne garde que les solutions dans $[0; 2\pi[$

$$\bullet \quad 0 \leq \frac{\pi}{6} + \frac{h\pi}{2} \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} \leq \frac{h\pi}{2} < \frac{11\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq h < \frac{11}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq h < \frac{11}{3}$$

$$\Leftrightarrow h \in \{0; 1; 2; 3\}$$

$$\bullet \quad \text{Pour } h=3, \quad \frac{\pi}{2} + \frac{h\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi \rightarrow \text{ok}$$



Les solutions de l'inéquation $\cos(4x - \frac{\pi}{3}) < \frac{1}{2}$ sur $[0; 2\pi[$ sont :

$$\left] \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} [\cup \left] \frac{2\pi}{3}; \pi [\cup \left] \frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2} [\cup \left] \frac{5\pi}{3}; 2\pi [$$