

Fonctions trigo

Sin et Cos

Inéquations

1. Résoudre sur l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'équation $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Résoudre l'inéquation $\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) < \frac{1}{2}$ sur l'intervalle $[0; 2\pi[$.

Property of Studeo LLC

Astuce #1

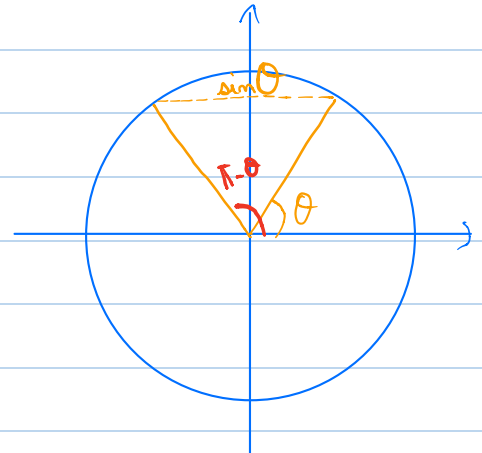
Connaître les valeurs remarquables des cosinus et sinus

$$1) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\sin(x) = \sin(y)$$



Erreur type #1

Il ya presque toujours 2 solutions dans une équation trigonométrique

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2h\pi, h \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = \pi - y + 2h\pi, h \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Erreur type #2

Ne pas oublier +2k pi dans une égalité entre des angles

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + 2h\pi \quad \text{ou} \quad 2x + \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{3} + 2h\pi$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{12} + 2h\pi \quad \text{ou} \quad 2x = \frac{12\pi - 4\pi - 3\pi}{12} + 2h\pi \quad \rightarrow \frac{5\pi}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{24} + h\pi$$

1^{er} ensemble de solution

$$\text{ou} \quad x = \frac{5\pi}{24} + h\pi$$

2^e ensemble de solution

Il faut maintenant conserver uniquement les valeurs de x dans la mesure principale, dans $]-\pi; \pi]$

$$-\pi < \frac{\pi}{24} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{25\pi}{24} < k\pi \leq \frac{23\pi}{24}$$

$$\Leftrightarrow k = -1 \text{ ou } k = 1$$

$$-\pi < \frac{5\pi}{24} + k\pi \leq \pi \Rightarrow -\frac{29\pi}{24} < k\pi \leq \frac{19\pi}{24}$$

$$\Leftrightarrow k = -1 \text{ ou } k = 0$$

L'ensemble des solutions de l'équation $\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $]-\pi, \pi]$ est donc :

$$\left\{ -\frac{23\pi}{24} ; -\frac{19\pi}{24} ; \frac{\pi}{24} ; \frac{5\pi}{24} \right\}$$